

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKE AM-2BO SIGNALOM

Ovaj slučaj razlikuje se od prenosa signalom KAM tipa jedino po tome što u izrazu za signal tipa AM-2BO ne postoji nosilac.

Izraz za napon na izlazu demodulatora biće isti kao i izraz za KAM signal, samo u njemu neće postojati prvi član, $U_0 \cos^2 \omega_0 t$, ali on nema nikakav uticaj na snagu korisnog signala.

$$P_{Su} = P_m = 2P_{m1}$$

$$P_{Si} = 4D_p P_{m1} = 2D_p P_{Su}$$

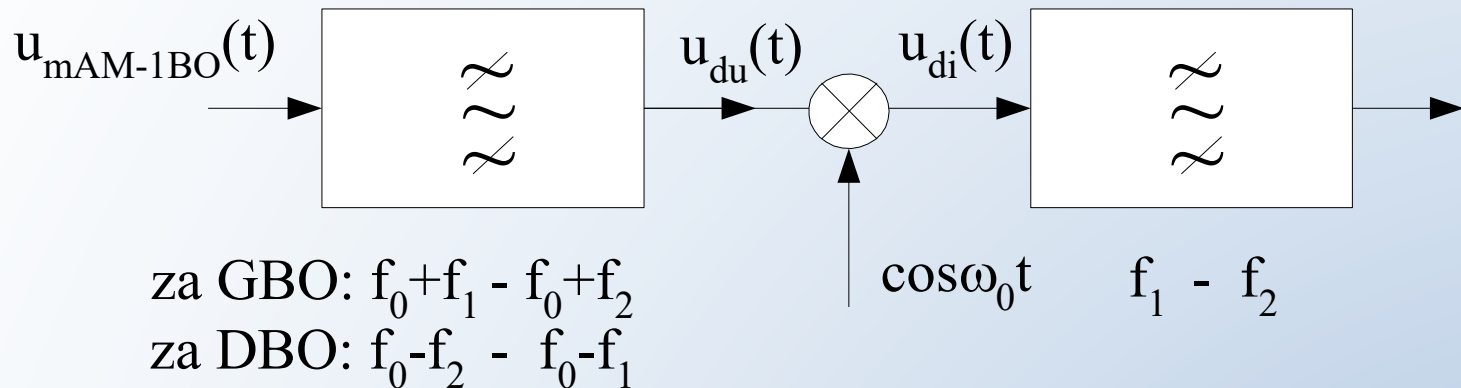
Pošto su u pitanju isti filtri, analiza koja se odnosi na šum je ista, pa je i u slučaju AM-2BO modulacije odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika isti kao i za KAM signal, tj.:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{i_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{i_{KAM}} ; \quad \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{AM-2BO}} = \left(\frac{S}{N}\right)_{u_{KAM}}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_i = 2\left(\frac{S}{N}\right)_u$$

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA AM-1BO SIGNALOM

Pri prenosu poruka AM signalom koji ima samo jedan bočni opseg, u prijemu se koristi sinhrona demodulacija. Blok-šema prijemnika je data na slici:



Pretpostavimo da je modulišući signal oblika sinusoidalnog test tona, i neka se prenosi viši bočni opseg, signal na ulazu u demodulator će biti oblika:

$$u_{du}(t) \propto \frac{1}{2} U_m \cos(\omega_0 + \omega_m)t$$

a na izlazu iz izlaznog filtra oblika:

$$u_i(t) \propto \frac{1}{2} \frac{1}{2} U_m U_l \cos \omega_m t$$

Snaga signala na izlazu iz prijemnika P_{Si} i snaga signala na ulazu u prijemnik P_{Su} su takvi da važi:

$$P_{Si} = D_p P_{Su}$$

Što se tiče šuma, ulazni filter propušta samo one komponente šuma koje se nalaze na ulazu u prijemnik u opsegu učestanosti od f_0+f_1 do f_0+f_2 . Prema tome, za šum će važiti relacija u diferencijalnom obliku:

$$dP_{Ni} = D_p dP_{Nu}$$

$$dP_{Nu} = p_N df = \bar{F}kTdf \Rightarrow dP_{Ni} = D_p \bar{F}kTdf$$

Ako ovu relaciju integralimo u granicama od f_1 do f_2 , dobija se snaga šuma:

$$P_{Ni} = D_p \bar{F}kT(f_2 - f_1) = D_p \bar{F}kTB$$

Konačno je traženi odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika dat izrazom:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{\bar{F}kTB}$$

Kako je snaga šuma na ulazu u prijemnik koja se transformiše u snagu šuma na izlazu:

$$P_{Nu} = \int_{f_0+f_1}^{f_0+f_2} \overline{FkT} df = \overline{FkTB}$$

to je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{Su}}{P_{Nu}} \Rightarrow \left(\frac{S}{N} \right)_i = \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

✓ Zaključak:

Pri prenosu poruka AM-1BO modulacionim postupkom, odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika **jednak** je odnosu signal/šum na ulazu u prijemnik.

ODNOS S/N PRI PRENOSU PORUKA KAM SIGNALOM PRIJEMNIK SA DETEKTOROM ANVELOPE

Pretpostavimo da se prenos poruka vrši signalom KAM tipa, a da se u prijemniku prenošeni signal detektuje detektorom anvelope.

Ako je nosilac u predajniku modulisan sinusoidalnim test tonom, onda će napon na ulazu u detektor biti:

$$u_{du}(t) = U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t + n(t)$$

Posmatrajmo prvo uticaj samo jedne komponente šuma. Neka je njena amplituda ΔU_N na ulazu u detektor vrlo mala, tako da je $\Delta U_N \ll U_0$, njena učestanost $f_0 + f_N$ a faza slučajna i neka iznosi ϕ_N .

U ovim uslovima, izraz za napon na ulazu u detektor je oblika:

$$u_{du}(t) = U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos \omega_0 t + \Delta U_N [\cos(\omega_0 + \omega_N)t + \phi_N]$$

Napon na izlazu iz detektora biće približno jednak anvelopi napona na ulazu u detektor. Izraz za napon na ulazu u detektor se može zapisati i u obliku:

$$u_{du}(t) = [U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)] \cos \omega_0 t - [\Delta U_N \sin(\omega_N t + \varphi_N)] \sin \omega_0 t$$

$$u_{du}(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + \theta_N(t)]$$

$U(t)$ predstavlja anvelopu napona, koja je oblika:

$$U(t) = \sqrt{[U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)]^2 + [\Delta U_N \sin(\omega_N t + \varphi_N)]^2}$$

Detektor anvelope nije osjetljiv na promjene faze ulaznog napona, pa će napon na izlazu iz detektora biti proporcionalan anvelopi signala:

$$u_{di}(t) \cong U(t)$$

$$u_{di}(t) \cong \sqrt{U_0^2(1 + m_0 \cos \omega_m t)^2 + 2\Delta U_N U_0(1 + m_0 \cos \omega_m t) \cos(\omega_N t + \varphi_N) + \Delta U_N^2}$$

Kako je $\Delta U_N \ll U_0$ to se odgovarajućom aproksimacijom dobija izraz za anvelopu u obliku:

$$u_{di}(t) \cong U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t) \sqrt{1 + \frac{2\Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)}{U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t)}}$$

Ili konačno (za malo x): $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$

$$u_{di}(t) \cong U_0 (1 + m_0 \cos \omega_m t) + \Delta U_N \cos(\omega_N t + \varphi_N)$$

Na izlazu iz detektora anvelope dobija se napon koji je sastavljen od dvije komponente:

1. anvelopa KAM signala,
2. komponenta koja potiče od šuma. Njena amplituda je približno jednaka amplitudi odgovarajuće komponente šuma na ulazu u detektor, a učestanost je jednaka razlici učestanosti komponente šuma na ulazu $f_0 + f_N$ i učestanosti nosioca f_0 .

Međutim, na ulazu u detektor postoji i komponenta šuma čija je učestanost $f_0 - f_N$, pa će se i ona pojaviti na izlazu iz detektora, a njena učestanost će biti f_N . Faze ove dvije komponente šuma čije su učestanosti jednake su **slučajne veličine**.

Ako modulišući signal koji predstavlja poruku ima spektar koji se nalazi u opsegu od f_1 do f_2 , na ulazu u prijemnik se nalazi filter propusnik opsega učestanosti od f_0-f_2 do f_0+f_2 . Iza detektora anvelope se nalazi filter koji propušta opseg učestanosti od f_1 do f_2 .

Posmatrajmo detektor anvelope i filter iza njega kao jedan sklop. Neka je njegova ulazna impedansa za učestanosti iz propusnog opsega R_{u1} i neka je filter zatvoren impedansom R . Tada će biti:

$$P_{Ndu} R_{u1} = P_{Ni} R$$

Snaga signala na izlazu će biti:

$$P_{Si} = \frac{(m_0 U_0)^2}{2R} \cdot \frac{R_{u1}}{R_{u1}} = \frac{R_{u1}}{R} \frac{m_0^2 U_0^2}{2R_{u1}} = \frac{R_{u1}}{R} m_0^2 P_0$$

$$P_{Si} = \frac{R_{u1}}{R} 2P_m = \frac{R_{u1}}{R} 2P_{Sdu}$$

Konačno se dobija da je traženi odnos S/N:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 2 \frac{P_{Sdu}}{P_{Ndu}} = \frac{m_0^2 P_0}{2FkTB}$$

✓ Zaključak:

I u slučaju detekcije anvelope, pod uslovom da je na ulazu u prijemnik šum znatno manji od signala, važi ista relacija koja se dobila i za slučaj sinhronne demodulacije KAM signala.

ODNOS S/N U SISTEMIMA PRENOSA SA UGAONOM MODULACIJOM

Postoje dvije vrste ugaone modulacije:

- Frekvencijska i
- Fazna modulacija

One pokazuju različite osobine u pogledu slučajnog šuma koje se kvalitativno i kvantitativno mogu ocijeniti na osnovu izraza za srednju izlaznu snagu slučajnog šuma, odnosno na osnovu izraza za odnos signal/šum na izlazu iz odgovarajućih prijemnika.

Pretpostavimo da na ulazu u prijemnik postoji slučajan šum čija je spektralna gustina srednje snage p_N konstantna i iznosi:

$$p_N = \overline{F}kT$$

Uvođenjem faktora šuma u daljoj analizi možemo smatrati da je prijemnik „bešuman”.

✓ Digresija : Problem interferencije nosioca i parazita sinusoidalnog talasnog oblika

1) Slučaj kada na ulaz prijemnika dolazi nosilac i **jedan** parazitni sinusoidalni test ton.

Na ulazu prijemnika za ugaono modulisane signale, pored nemodulisanog nosioca:

$$u_0(t) = U_0 \cos \omega_0 t$$

postoji i parazitni test ton, čiji je napon:

$$u_N(t) = U_N \cos(\omega_0 + \omega_N)t$$

Rezultantni ulazni napon u prijemnik biće:

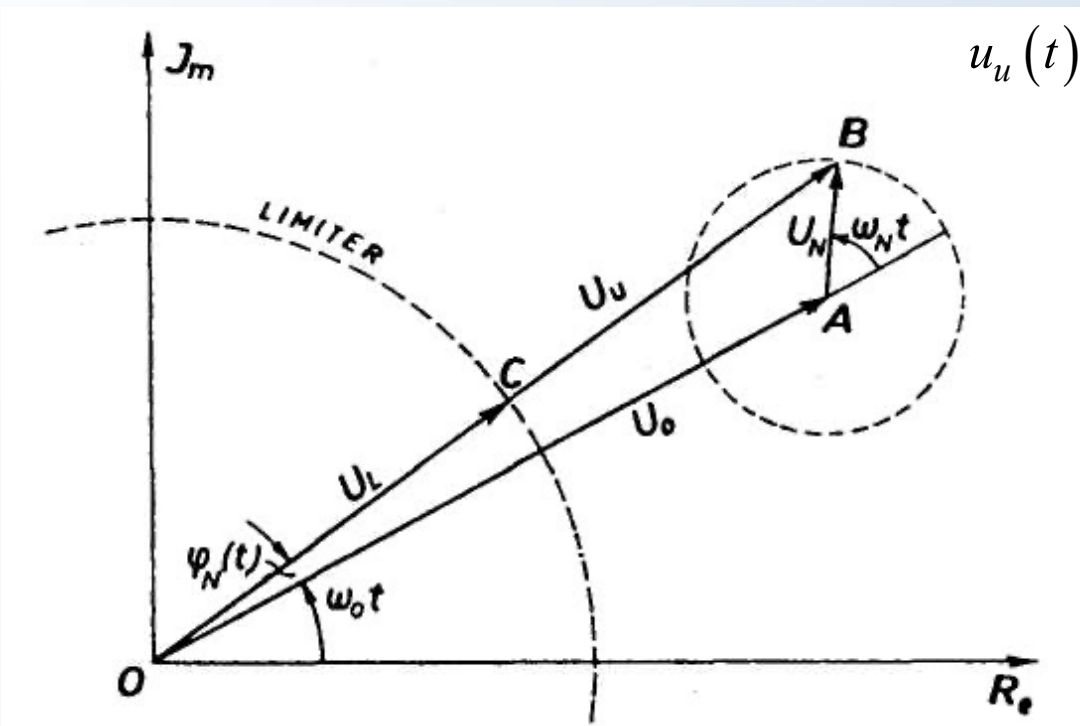
$$\begin{aligned} u_u(t) &= u_0(t) + u_N(t) = U_0 \cos \omega_0 t + U_N \cos(\omega_0 + \omega_N)t = \\ &= (U_0 + U_N \cos \omega_N t) \cos \omega_0 t - U_N \sin \omega_N t \sin \omega_0 t \\ u_u(t) &= U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t)) \end{aligned}$$

Anvelopa i faza ovog signala su:

$$U_u(t) = \sqrt{(U_0 + U_N \cos \omega_N t)^2 + (U_N \sin \omega_N t)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_N = \frac{U_N \sin \omega_N t}{U_0 + U_N \cos \omega_N t}$$

Dobijeni rezultatni napon $u_u(t)$ ima vremenski promjenljivu i amplitudu i fazu (tj. istovremeno je i amplitudski i ugaono modulisan). Fazorski dijagram je:



$$u_u(t) = U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$

Slika: Fazorski dijagram koji ilustruje interferenciju nosioca i parazita sinusoidalnog talasnog oblika

Ako pretpostavimo da je $U_N \ll U_0$, dobija se:

$$U_u(t) = \sqrt{U_0^2 + 2U_0U_N \cos \omega_N t + U_N^2} \approx \sqrt{U_0^2 + 2U_0U_N \cos \omega_N t}$$

$$U_u(t) \approx U_0 \left(1 + \frac{U_N \cos \omega_N t}{U_0} \right)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_N \approx \varphi_N \approx \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t$$

Konačno, napon na ulazu je:

$$u_u(t) \approx U_0 \left(1 + \frac{U_N}{U_0} \cos \omega_N t \right) \cdot \cos \left(\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t \right)$$

Uz navedeni uslov parazitni test ton je svojim prisustvom modulirao nosilac:

1. Amplitudski - sinusoidalnim tonom čija je učestanost jednaka razlici učestanosti parazita i nosioca, uz indeks modulacije $m_0 = U_N/U_0$
2. Ugaono - sinusoidalnim tonom čija je učestanost jednaka razlici učestanosti parazita i nosioca, pri čemu je trenutna faza signala:

$$\Phi_i = \omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t$$

Maksimalna devijacija faze je:

$$\Delta\Phi_{0N} = \frac{U_N}{U_0}$$

Trenutna (kružna) učestanost i maksimalna devijacija (kružne) učestanosti signala su:

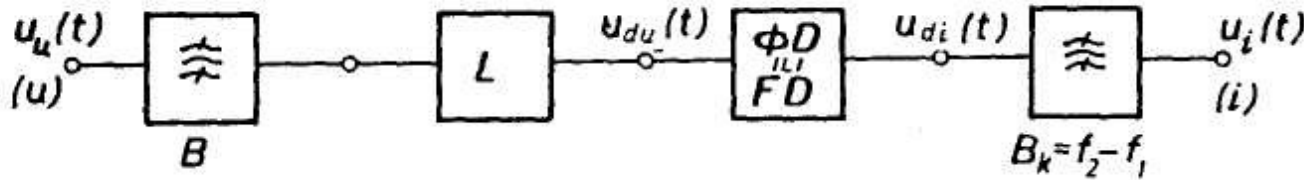
$$\omega_i = \frac{d}{dt} \left[\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t \right] = \omega_0 + \frac{U_N}{U_0} \omega_N \cos \omega_N t = \omega_0 + \delta\omega_i$$

$$\Delta\omega_{0N} = \frac{U_N}{U_0} \omega_N$$

$$f_i = f_0 + \frac{U_N}{U_0} f_N \cos \omega_N t = f_0 + \delta f_i$$

$$\Delta f_{0N} = \frac{U_N}{U_0} f_N$$

Ovaj složeni napon dolazi na ulaz prijemnika UM signala sa slike:



1. Na izlazu iz limitera se dobija signal sa konstantnom amplitudom (čisti ugaono modulisan signal):

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos\left(\omega_0 t + \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t\right)$$

a) Ako je riječ o prijemniku fazno modulisanih signala, fazni diskriminator na svom izlazu daje signal koji je direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji faze, pa je na izlazu iz diskriminatora signal:

$$u_{di}(t) = D_\Phi \delta\Phi_i = D_\Phi \frac{U_N}{U_0} \sin \omega_N t = U_{N\Phi} \sin \omega_N t$$

b) Ako je riječ o prijemniku frekvencijski modulisanih signala, frekvencijski diskriminator na svom izlazu daje signal direktno srazmjeran trenutnoj devijaciji učestanosti, pa je izlazni signal:

$$u_{di}(t) = D_F \delta f_i = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N \cos \omega_N t = U_{NF} \cos \omega_N t$$

✓ Zaključak:

U slučaju kad je prijemnik predviđen za **fazno modulisane signale**, parazit će se na njegovom izlazu pojaviti kao sinusoidalan ton konstantne amplitude i učestanosti.

Ako je u pitanju prijemnik za **frekvencijski modulisane signale**, na izlazu će se dobiti sinusoidalan ton učestanosti f_N , ali je njegoa amplituda direktno srazmjerna toj učestanosti:

$$U_{NF} = U_{NF}(f_N) = D_F \frac{U_N}{U_0} f_N$$

2) Slučaj kada na ulaz prijemnika dolazi nosilac i **suma** parazitnih sinusoidalnih test tonova.

U tom slučaju ulazni signal biće:

$$u_u(t) = u_0(t) + u_N(t) = U_0 \cos \omega_0 t + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos(\omega_0 + \omega_{Nk})t$$

$$u_u(t) = \left(U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right) \cos \omega_0 t - \sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t \sin \omega_0 t$$

$$u_u(t) = U_u(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$

Anvelopa i faza ovakvog signala su:

$$U_u(t) = \sqrt{\left(U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t \right)^2}$$

$$\varphi_N(t) = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t}{U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t}$$

Na prijemu, filter propušta signal, a limiter ograničava promjene amplitude, pa se dobija signal:

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos(\omega_0 t + \varphi_N(t))$$

Ako je ispunjen uslov:

$$\max \left| \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t \right| \ll U_0$$

$$\varphi_N(t) = \operatorname{arctg} \frac{\sum_{k=1}^m U_{Nk} \sin \omega_{Nk} t}{U_0 + \sum_{k=1}^m U_{Nk} \cos \omega_{Nk} t}$$

važi aproksimacija:

$$\varphi_N(t) \approx \operatorname{tg} \varphi_N(t) \approx \sum_{k=1}^m \frac{U_{Nk}}{U_0} \sin \omega_{Nk} t$$

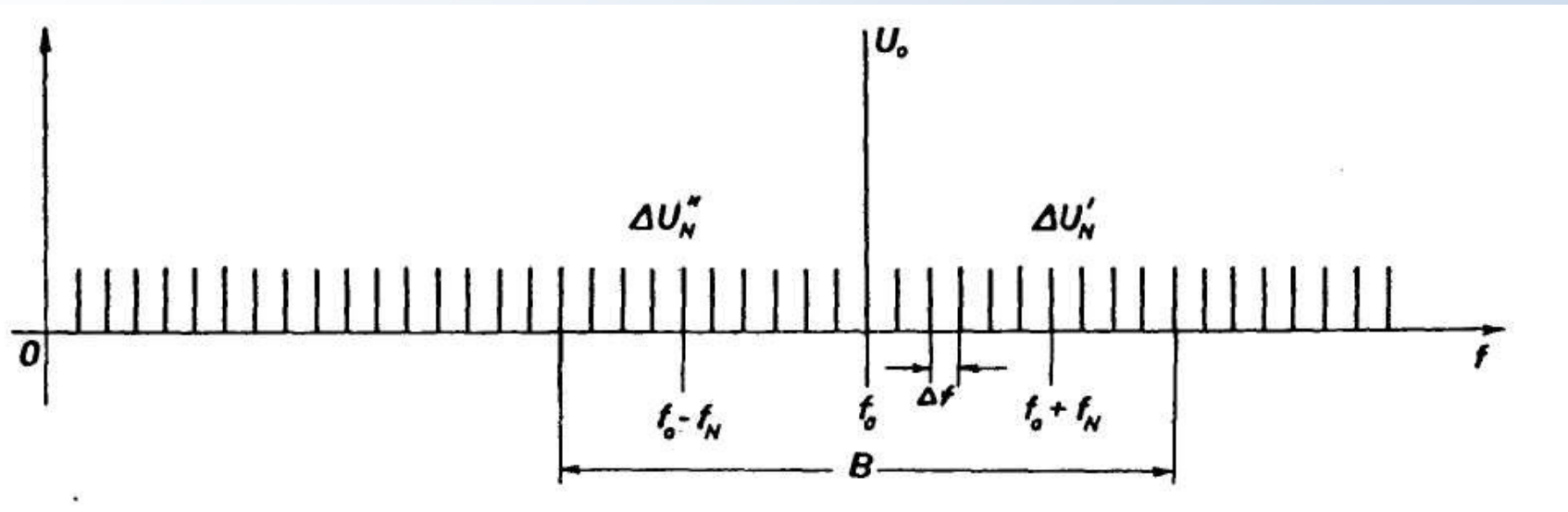
pa je:

$$u_{du}(t) = U_{du} \cos \left(\omega_0 t + \sum_{k=1}^m \frac{U_{Nk}}{U_0} \sin \omega_{Nk} t \right)$$

Dobijeni izraz odgovara UM signalu kod koga je **nosilac na izlazu iz limitera modulisan sumom interferirajućih parazita**, i to tako da je svaki od interferirajućih signala izvršio ugaonu modulaciju.

SREDNJA SNAGA ŠUMA NA IZLAZU IZ PRIJEMNIKA FAZNO MODULISANIH SIGNALA

Spektralna gustina srednje snage šuma ne zavisi od učestanosti i možemo da je aproksimiramo diskretnim spektrom koji je sastavljen od ekstremno velikog broja sinusoidalnih komponenti, čije su amplitude ΔU_N male i međusobno jednake, učestanosti su ravnomjerno raspoređene u spektru, učestanosti dvije susjedne komponente razlikuju za Δf , a faze su slučajne veličine.



Slika: Amplitudski spektar koji približno predstavlja spektar šuma na ulazu u prijemnik.

Sa B je označena širina propusnog opsega filtra na ulazu u prijemnik, a sa U_0 nosilac.

Posmatrajmo jednu od komponenti šuma čija je učestanost $f_0 + f_N$, amplitude $\Delta U_N'$ i slučajne faze. Ona će izazvati ugaonu modulaciju nosioca. Maksimalna devijacija faze biće:

$$\Delta\Phi'_{0N} = \frac{\Delta U_N'}{U_0}$$

Na izlazu iz faznog diskriminatora dobiće se sinusoidalni napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U'_{N\Phi} = D_{\Phi} \frac{\Delta U_N'}{U_0}$$

Odgovarajuća srednja snaga će biti srazmjerna kvadratu amplitude, tj. snaga posmatrane komponente na izlazu faznog diskriminatora je:

$$\Delta P'_{N\Phi} = D_{\Phi P} \frac{\Delta P'_N}{P_0}$$

$\Delta P'_N$ predstavlja snagu posmatrane komponente na ulazu, P_0 snagu nosioca, a $D_{\Phi P}$ predstavlja novu konstantu proporcionalnosti koja karakteriše efikasnost faznog diskriminatora.

U spektru šuma na ulazu postoji i komponenta šuma čija je učestanost f_0-f_N , pa i ova komponenta na izlazu diskriminatora daje sinusoidalni napon učestanosti f_N čija je snaga:

$$\Delta P_{N\Phi}'' = D_{\Phi P} \frac{\Delta P_N''}{P_0}$$

Ove dvije komponente šuma imaju jednake amplitude, a slučajne faze, pa su im i snage jednake.

Ukupna snaga komponente šuma na izlazu, na učestanosti f_N je jednaka sumi **snaga** ove dvije komponente (sabiraju se po snazi, ne po amplitudi):

$$\Delta P_{N\Phi} = \Delta P_{N\Phi}' + \Delta P_{N\Phi}'' = 2D_{\Phi P} \frac{\Delta P_N'}{P_0}$$

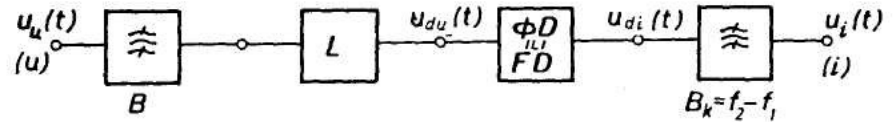
Kako važi aproksimacija da je šum sastavljen od beskonačno mnogo sinusoidalnih komponenti infinitezimalnih amplituda, pri čemu se učestanosti dvije susjedne komponente u spektru razlikuju za elementarnu veličinu Δf , a čije su faze slučajne, onda izraz za snagu prelazi u diferencijalni oblik, pa je:

$$dP_{N\Phi} = 2D_{\Phi P} \frac{dP_N'}{P_0}$$

dP_N' predstavlja raspoloživu srednju snagu slučajnog šuma na izlazu iz faznog diskriminatora u elementarnom opsegu učestanosti df u okolini učestanosti f_N , pa je:

$$dP_N' = p_N df$$

$$dP_{N\Phi} = 2D_{\Phi P} \frac{p_N}{P_0} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} df = p_{N\Phi} df$$



Znači, spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu je:

$$p_{N\Phi} = \frac{dP_{N\Phi}}{df} = 2D_{\Phi P} \frac{p_N}{P_0} = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0}$$

Dakle, raspodjela srednje snage šuma u spektru nije promijenila karakter i ostala je konstantna.

U prijemniku iza diskriminatora postoji filter koji propušta opseg učestanosti od f_1 do f_2 , pa će se na njegovom izlazu pojaviti samo one komponente šuma sa ulaza čije su učestanosti $f_0 \pm f_N$ takve da njihova učestanost na izlazu iz diskriminatora pada u opseg filtra. Ukupna snaga slučajnog šuma na izlazu iz filtra, odnosno prijemnika, biće:

$$P_{N\Phi} = \int_{f_1}^{f_2} p_{N\Phi} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} \int_{f_1}^{f_2} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} B_k, \quad B_k = f_2 - f_1$$

SREDNJA SNAGA ŠUMA NA IZLAZU PRIJEMNIKA FM SIGNALA

Razmatrajmo slučaj frekvencijski moduliranih signala, smatrajući da na ulazu u prijemnik imamo slučajan šum čija je spektralna gustina srednje snage:

$$p_N = \overline{F}kT = \text{const.}$$

Šum aproksimiramo sa beskonačno mnogo komponenti istih amplituda i slučajnih faza.

Komponenta šuma na ulazu, čija je učestanost $f_0 + f_N$ a amplituda $\Delta U_N'$ izvršiće ugaonu modulaciju nosioca, tako da je maksimalna devijacija učestanosti:

$$\Delta f_{0N}' = \frac{\Delta U_N'}{U_0} f_N$$

Na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora dobiće se sinusoidalni napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U_{NF}' = D_F \frac{\Delta U_N'}{U_0} f_N = \Delta U_{NF}'(f_N)$$

Snaga posmatrane komponente srazmjerna je kvadratu njene amplitude:

$$\Delta P'_{NF} = \Delta P'_{NF}(f_N) = D_{FP} \frac{\Delta P'_N}{P_0} f_N^2$$

Slično je i sa komponentom šuma na f_0 - f_N čija je amplituda $\Delta U_N''$, pa se na izlazu diskriminatora dobija sinusoidalni napon učestanosti f_N , čija je amplituda:

$$\Delta U''_{NF} = D_F \frac{\Delta U_N''}{U_0} f_N = \Delta U''_{NF}(f_N)$$

a snaga:

$$\Delta P''_{NF} = \Delta P''_{NF}(f_N) = D_{FP} \frac{\Delta P''_N}{P_0} f_N^2$$

Pošto je $\Delta U_N' = \Delta U_N''$, to će i snage ovih komponenata na izlazu biti jednake, pa je srednja snaga rezultante komponente, čija je učestanost f_N na izlazu:

$$\Delta P_{NF} = \Delta P'_{NF} + \Delta P''_{NF} = 2\Delta P'_{NF}(f_N) = 2D_{FP} \frac{\Delta P'_N}{P_0} f_N^2$$

Ako se sa diskretnog spektra šuma pređe na kontinualan (šum se predstavi sa beskonačno mnogo sinusoidalnih komponenti infinitezimalnih amplituda i slučajnih faza, pri čemu se učestanosti dvije susjedne komponente razlikuju za df), diferencijalni oblik izraza za snagu je:

$$dP_{NF} = 2D_{FP} \frac{dP'_N}{P_0} f_N^2$$
$$dP'_N = p_N df = \bar{F}kTdf$$

f_N predstavlja **bilo koju učestanost** iz opsega učestanosti od f_1 do f_2 , tako se indeks N može izostaviti. Izraz za spektralnu gustinu snage šuma na izlazu iz prijemnika je oblika:

$$p_{NF} = \frac{dP_{NF}}{df} = D_{FP} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} f^2 = p_{NF}(f)$$

Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora **nije konstantna** već zavisi od učestanosti.

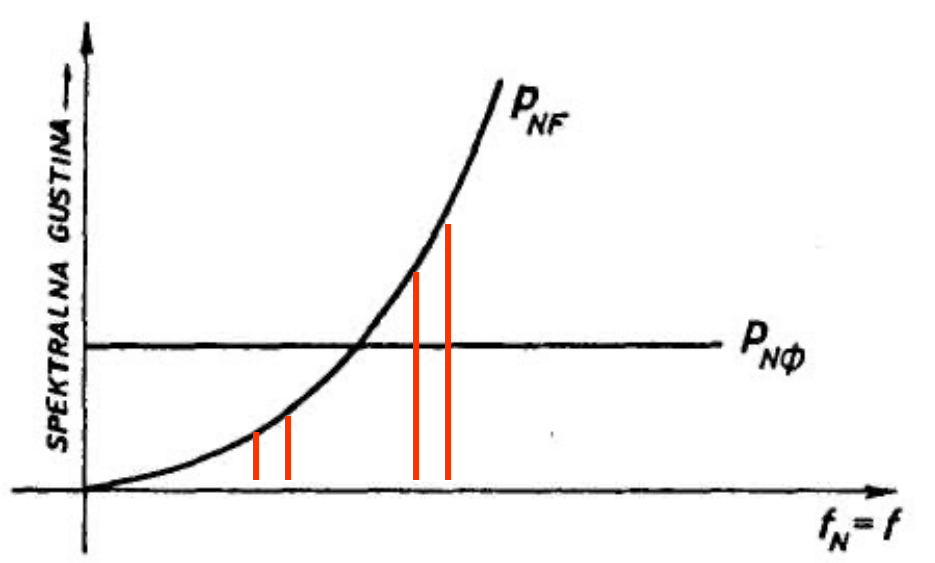
Iza diskriminatora postoji filter koji propušta komponente iz opsega $B_k=f_2-f_1$, pa se na izlazu iz filtra (prijemnika) pojavljuju samo one komponente šuma čije su učestanosti f_0+f_N takve da njihova učestanost na izlazu iz diskriminatora pada u opseg filtra. Ukupna snaga slučajnog šuma na izlazu iz filtra, odnosno prijemnika FM signala, biće:

$$P_{N\Phi} = \int_{f_1}^{f_2} p_{NF} df = D_{\Phi P} \frac{2\bar{F}kT}{P_0} \int_{f_1}^{f_2} f^2 df$$

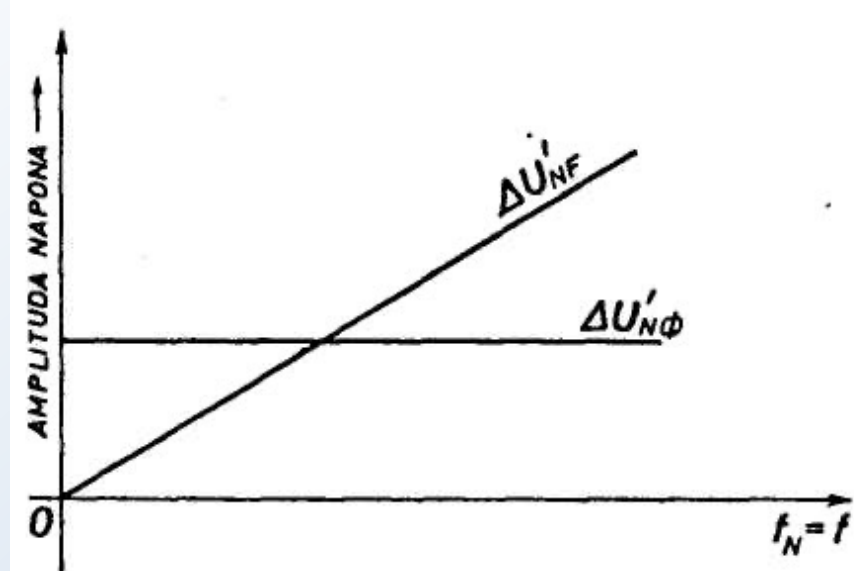
✓ Zaključak:

Poređenje između fazne i frekvencijske modulacije u pogledu uticaja šuma:

- Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz diskriminatora fazno moduliranih signala ostaje i dalje konstantna.
- Spektralna gustina srednje snage šuma na izlazu iz diskriminatora frekvencijski moduliranih signala nije konstantna, već zavisi od kvadrata učestanosti.



Slika: Spektralna gustina raspoložive srednje snage šuma na izlazu iz prijemnika PM i FM signala



Slika: Zavisnost amplitude napona komponente šuma na izlazu iz prijemnika PM i FM signala

Ako signal ima spektar koji se nalazi u opsegu učestanosti B_k , u slučaju fazne modulacije, šum na izlazu će uvijek biti isti, bez obzira gdje se na skali učestanosti nalazi ovaj opseg. **U sistemima sa frekvencijskom modulacijom, što je taj opseg više pomjeren ka višim učestanostima, šum na izlazu iz prijemnika biće veći.**

Ova činjenica ima poseban značaj u sistemima u kojima se multipleksni signal, obrazovan na bazi frekvencijske raspodjele kanala, prenosi sistemom fazne, odnosno frekvencijske modulacije.

ODNOS S/N NA IZLAZU IZ PRIJEMNIKA PM SIGNALA

Pretpostavimo da je nosilac u predajniku fazno modulisan test tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

Maksimalna devijacija faze je:

$$\Delta\Phi_{0S} = k_\varphi U_m$$

Na izlazu iz faznog diskriminatora dobiće se sinusoidalni test ton čija je amplituda:

$$U_{S\Phi} = D_\Phi \Delta\Phi_{0S}$$

Njegova srednja snaga biće:

$$P_{S\Phi} = D_{\Phi P} (\Delta\Phi_{0S})^2 = P_{Si}$$

Pošto izlazni filter ne unosi nikakvo slabljenje, to će ova snaga biti ista i na izlazu iz prijemnika. Odnos signal/šum na izlazu prijemnika fazno modulisanih signala je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{S\Phi}}{P_{N\Phi}} = \frac{(\Delta\Phi_{0S})^2 P_0}{2FkTB_k} = \left(\frac{S}{N} \right)_i, \quad B_k = f_2 - f_1$$

U slučaju fazne modulacije na ulazu su snage signala i šuma:

$$P_{Su} = P_0; \quad P_{Nu} = 2\bar{F}kTB_k$$

Konačno dobijamo da je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \left(\frac{S}{N}\right)_i = (\Delta\Phi_{0S})^2 \left(\frac{S}{N}\right)_u$$

Na izlazu iz prijemnika odnos signal/šum će biti utoliko veći ukoliko je maksimalna devijacija faze $\Delta\Phi_{0S}$, odnosno indeks modulacije veći.

Međutim, treba imati u vidu da se povećanjem indeksa modulacije širi spektar fazno modulisanog signala, pa i sistem prenosa mora da ima širi propusni opseg.

ODNOS S/N IZLAZU IZ PRIJEMNIKA FM SIGNALA

Neka je nosilac u predajniku frekvencijski modulisan sinusoidalnim test tonom:

$$u_m(t) = U_m \cos \omega_m t$$

Maksimalna devijacija učestanosti je:

$$\Delta f_{0S} = k_f U_m$$

Na izlazu iz frekvencijskog diskriminatora dobiće se sinusoidalni test ton čija je amplituda:

$$U_{SF} = D_F \Delta f_{0S}$$

Njegova srednja snaga biće:

$$P_{SF} = D_{FP} (\Delta f_{0S})^2 = P_{Si}$$

Pošto izlazni filter ne unosi nikakvo slabljenje, to će ova snaga biti ista i na izlazu iz prijemnika. Odnos signal/šum na izlazu prijemnika frekvencijski modulisanih signala je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{P_{SF}}{P_{NF}} = \frac{(\Delta f_{0S})^2 P_0}{2FkT \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} = \left(\frac{S}{N} \right)_i$$

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{(\Delta f_{oS})^2 P_0}{2\bar{F}kT \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \cdot \frac{B_k}{B_k} = \frac{(\Delta f_{oS})^2 B_k}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \cdot \frac{P_0}{2\bar{F}kTB_k}$$

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \left(\frac{S}{N} \right)_i = \frac{(\Delta f_{oS})^2 B_k}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \left(\frac{S}{N} \right)_u$$

Povećanjem devijacije Δf_{oS} može da se poboljša odnos signal/šum. Međutim, povećanje devijacije znači veći propusni opseg B. Dakle, i u slučaju frekvencijske modulacije, odnos signal/šum može da se poveća na račun povećanja širine opsega transmisionog sistema.

To povećanje ne može da ide do proizvoljno velikih granica, jer se proširenjem propusnog opsega sistema povećava i šum. Očigledno je da će u jednom trenutku snaga šuma dostići snagu nosioca i, nastavljajući dalje sa povećanjem devijacije, odnosno opsega, ona postaje čak i veća od P_0 .

PRAG PRIJEMA KOD FM

Srednja snaga šuma na ulazu u limiter je:

$$P_{NR} = \overline{F}kTB$$

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{(\Delta f_{0S})^2 P_0}{2\overline{F}kT \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \cdot \frac{B}{B} = \frac{(\Delta f_{0S})^2 B}{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \cdot \frac{P_0}{2\overline{F}kTB}$$

Odnos snage nosioca i ukupne snage šuma koja ulazi u prijemnik je:

$$\frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = \frac{(\Delta f_{0S})^2 B}{2 \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} \cdot \frac{P_0}{P_{NR}} \quad / \quad 10 \log$$

$$10 \log \frac{P_{Si}}{P_{Ni}} = 10 \log \frac{(\Delta f_{0S})^2 B}{2 \int_{f_1}^{f_2} f^2 df} + 10 \log \frac{P_0}{P_{NR}}$$

$$a_{Ni} = v + a_{N0}, \quad v = 10 \log \frac{(\Delta f_{0S})^2 B}{2 \int_{f_1}^{f_2} f^2 df}$$

a_{Ni} - odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika izražen u dB;

a_{N0} - odnos snage nosioca i snage šuma koji ulazi u prijemnik, izražen u dB (odnos nosilac/šum);

v - faktor poboljšanja odnosa signal/šum

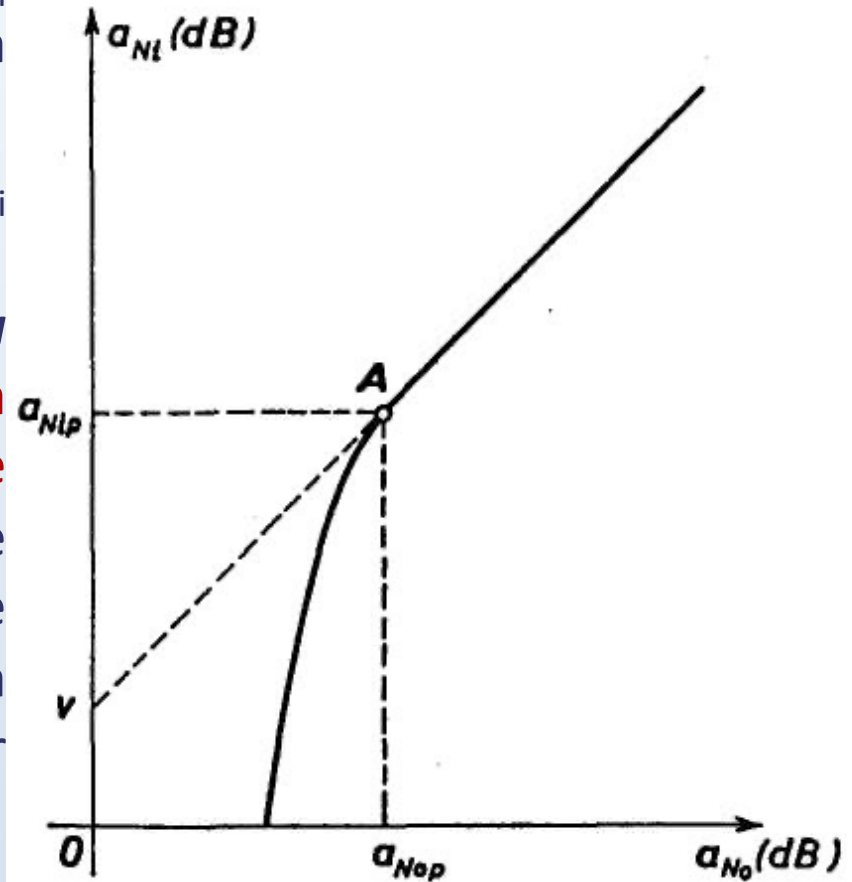
Teorijski, ova funkcija bi bila prava linija (isprekidana).

Puno izvučena linija pokazuje zavisnost a_{Ni} od a_{No} i ona se jednim dijelom poklapa sa dobijenim izrazom.

Za $a_{No} < a_{NoP}$ odnos signal/šum na izlazu a_{Ni} počinje naglo da se kviri.

Vrijednost a_{NoP} definiše **prag prijema** prijemnika FM signala. **Prag prijema predstavlja minimalni odnos S/N pri kome veza funkcioniše**. On se definiše na razne načine. Smatramo da je tačka A sa slike definisana tako da je u njoj vršna vrijednost napona šuma na ulazu u limiter jednaka amplitudi nosioca.

Pošto je riječ o vršnoj vrijednosti, mora da se kaže i u kom procentu vremena ε ta vrijednost može da bude prevaziđena. Obično se uzima da je $\varepsilon=0,005\%$ posmatranog vremenskog intervala.



Slika: Zavisnost odnosa S/N na izlazu iz FM prijemnika od odnosa nosilac/N na njegovom ulazu. Tačka A definiše prag prijema

Na ulaz limitera dolazi uskopojasni šum koji slijedi Rayleigh-evu raspodjelu amplituda anvelope šuma. Vjerovatnoća da amplituda anvelope U prevaziđe neku specificiranu vrijednost je:

$$P(U \geq U_N^\varepsilon) = \varepsilon = e^{-\frac{(U_N^\varepsilon)^2}{2\sigma^2}} = e^{-\frac{(U_N^\varepsilon)^2}{2U_{Neff}^2}}$$

$$\varepsilon = 0,005\% \Rightarrow \frac{(U_N^\varepsilon)^2}{2U_{Neff}^2} \approx 10$$

$$U_N^\varepsilon \approx 4,5U_{Neff}$$

A – prag prijema ispod koga dolazi do naglog pogoršanja veze je tačka u kojoj je $U_N^\varepsilon \approx 4,5U_{Neff} = U_0$

Ako je ulazna otpornost limitera R , onda slijedi da je:

$$\frac{U_0^2}{2R} \approx 20 \frac{U_{Neff}^2}{2R}$$

$$P_0 \approx 10P_{NR} = 10\bar{F}kTB = P_{0p}$$

✓ Zaključak:

Kada srednja snaga nosioca postane jednaka desetostrukoj snazi šuma na ulazu u limiter, odnosno kada odnos nosilac/šum postane jednak 10 dB, odnos signal/šum a_{Ni} počće naglo da opada. Vrijednost snage nosioca $P_0=P_{0p}$ naziva se ***prag prijema***.

Kada nosilac dostigne prag ili padne ispod njega, šum na izlazu iz prijemnika naglo poraste i veza se ***prekida***.